J. Lira O.

Cálculo de Malecones

LA construcción de malecones representa una parte muy importante del costo de las obras necesarias para habilitar un puerto y por esta razón ha sido preciso siempre buscar maneras de calcular sus dimensiones, que ofrezcan garantías suficientes. El principal esfuerzo que interviene en la solicitación de esta clase de obras, cualquiera que sea la disposición que se adopte para realizarla, es el empuje que producen las tierras situadas detrás del malecón, que en el caso que nos ocupa se encuentran en circunstancias bastante desfavorables, por efecto del agua que las empapa. A este esfuerzo, en el cual hay que comprender el que produce la sobrecarga, hay que agregar el que se debe a la tracción que ejercen los buques sobre los órganos de amarra, difícil de precisar muchas veces, y que se les estima con frecuencia en 1,5 tonelada por metro lineal, y se le supone aplicado en la arista superior del coronamiento. Este esfuerzo se aplica en realidad en puntos aislados; pero se interesa una parte considerable de la obra por medio de tirantes de fierro y por la continuidad de la superstructura de concreto en sitio.

En el presente artículo vamos a indicar en sus líneas generales, tratando de facilitar en lo posible su aplicación, el método de cálculo que a nuestro juicio conviene seguir al proyectar los malecones, o mejor dicho al comprobar su estabilidad.

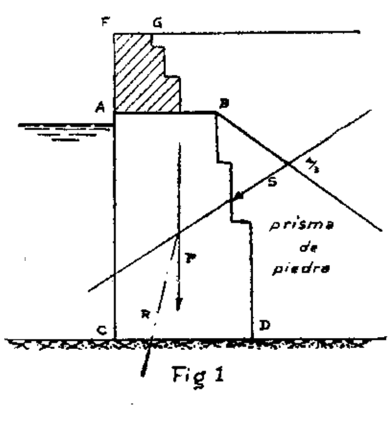

Fig 1

El caso corriente comprende la construcción de un muro ABCD, situado casi en su totalidad bajo agua, detrás del cual se coloca un prisma de piedras de la categoría de bolones, y que se eleva hasta el nivel superior del terraplén por medio de una superstructura AFGH, hecha de concreto en sitio. En muchos casos se ha colocado otro prisma de piedras detrás de esta superstructura, pero ese no es el caso general. El conjunto de las fuerzas exteriores va a producir sobre el muro una so licitación complicada, cuyo efecto será el de una fuerza resultante S, a la cual va a oponerse el peso P del muro, tomando en cuenta al determinarlo la subpresión ejercida por el agua, cuando las condiciones especiales de la construcción no autoricen a lo contrario. La fuerza P y su ubicación se determinan siempre con facilidad, de manera que no nos ocuparemos de ella, limitándonos a la fuerza solicitante S.

En todos los tratados de Estabilidad de las Construcciones se estudia detalladamente el empuje de las tierras, aplicando casi siempre para determinarlo métodos derivados de la teoría de Coulomb, basada en la hipótesis de *los prismas de empuje*. La base de esta teoría es antojadiza, como lo ha comprobado la experiencia desde hace muchos años, y su aplicación es incierta, teniendo mucho de arbitrario; por eso sin duda Rankine, hace unos sesenta años, después de él Flamant y Boussinesq y finalmente Resal, hace treinta años, han buscado otras bases más científicas en que fundar la determinación del empuje de las tierras.

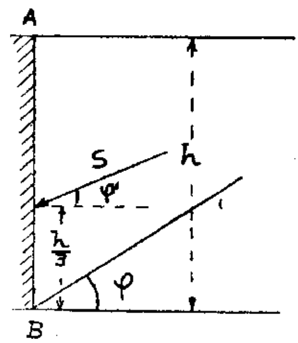

Fig. 2

Según la teoría de Coulomb, el empuje que la tierra, de talud natural φ y peso específico Δ, ejercería sobre el paramento interior vertical, AB, de un muro de altura h, siendo horizontal la superficie superior del terraplén, tiene una componente horizontal que vale

$$Q = \frac{1}{2} . \Delta . h^2 . \operatorname{tg}^2 . \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \qquad (1)$$

El valor mismo de la resultante S es incierto, porque depende de su inclinación respecto al paramento del muro; si se desprecia el frotamiento contra el paramento, S será igual a Q; con mucha frecuencia se da al ángulo φ', que S forma con la normal al muro el valor $\frac{1}{2}\ \varphi$, otras veces se toma el mismo ángulo. En cuanto a su línea de acción, pasa por el tercio de BA.

Recordaremos una de las muchas construcciones gráficas que permiten encontrar el valor del empuje S sobre un paramento interior inclinado, que constituye el caso general.

En la figura 3, AB es el paramento del muro, que forma el ángulo θ con la horizontal; AC es el límite del talud natural del terreno, que forma el ángulo δ con la horizontal; AC corresponde a la superficie del terraplén y BD forma el

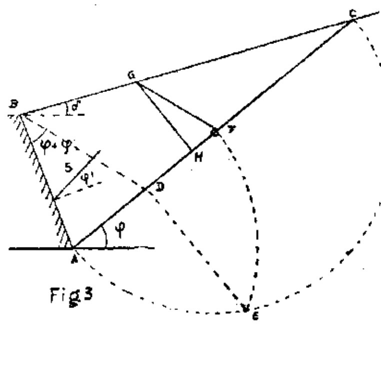

Fig3

ángulo $\varphi + \varphi'$ con el paramento del muro. Sobre la línea AC como diámetro se traza una semicircunferencia; por el punto D, una perpendicular a AC; el punto E se translada a F, sobre AC, por medio de un arco de círculo; por F se traza FG. paralela a BD y después GH, perpendicular a AC. El empuje S valdrá:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot FG \cdot GH$$

El valor analítico de S es

$$S = \frac{1}{2} \cdot \Delta . h^2 \frac{\text{sen}^2 (\theta - \varphi)}{\text{sen}^2 . \theta \cdot \text{sen} . (\theta + \varphi') \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen} \cdot (\varphi + \varphi') \text{ sen} \cdot (\varphi - \delta)}{\text{sen} (\theta + \varphi') \text{ sen} \cdot (\theta - \delta)}} \right]} \qquad (2)$$

Su punto de aplicación corresponde a $\frac{AB}{3}$

Si en la expresión (2) se introducen las condiciones $\theta = 90°$, $\delta = o$, $\varphi' = o$, se obtiene el valor de la componente horizontal del empuje, indicada por la ecuación (1) en las mismas condiciones.

Como hemos recordado ya, la base de esta teoría no es exacta y los resultados a que conduce su aplicación son inciertos. Rankine estableció una nueva teoría, basada en consideraciones del equilibrio de un conjunto de elementos muy pequeños, como la arena seca por ejemplo, y estableció que el empuje contra un muro de paramento interior vertical es paralelo a la superficie del terraplén y su resultante se aplica en el tercio de la altura del muro. En el caso de los malecones en que el terraplén es horizontal, dedujo el valor siguiente para la presión en un punto situado a la distancia y de la superficie

$$q = \Delta \cdot y \cdot \frac{1 - \text{sen} \cdot \varphi}{1 + \text{sen} \cdot \varphi} \qquad (3)$$

lo que da para el empuje, que es horizontal,

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot h^2 \frac{1 - \text{sen}\, \varphi}{1 + \text{sen}\, \varphi} \qquad (4)$$

Esta ecuación es equivalente a la (1), deducida de la teoría de Coulomb y a ambas se las puede escribir bajo la forma

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \Delta h^2 K \cdot \qquad (5)$$

en que K se llama *coeficiente de empuje*, y vale $\text{tg}^2 \left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$

o, lo que es lo mismo, $$\frac{1 - \text{sen}\cdot\varphi}{1 + \text{sen}\cdot\varphi}$$

En caso que el paramento del muro sea inclinado, para obtener la acción S de la tierra contra el muro, fig. 4, se determina la componente horizontal Q del

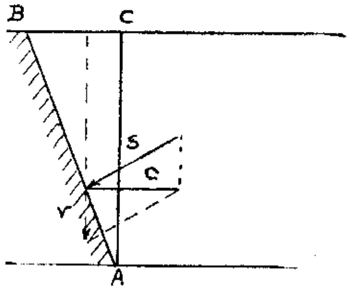

Fig. 4

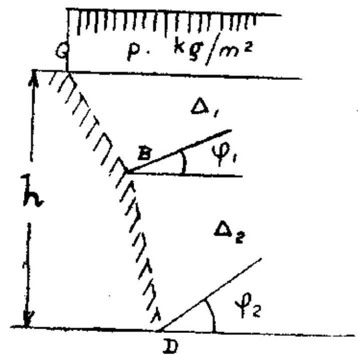

Fig. 5

empuje; se la compone con el peso V del prisma de tierra ABC, y se obtiene la resultante S, cuya dirección y cuyo punto de aplicación son perfectamente determinados.

El problema ordinario del cálculo de malecones se refiere a un muro análogo al que indica la figura 1, en el cual se reemplazan los paramentos irregulares por líneas inclinadas GB y BD; además el terreno que constituye el relleno se divide en dos capas de naturaleza diferente: la superior sensiblemente seca y la inferior mojada, a las cuales corresponden taludes naturales y pesos específicos diferentes; por otra parte se toma en cuenta una sobrecarga de p kilógramos por metro cuadrado, que para los efectos del empuje se asimila a una capa de tierra, más o menos gruesa, según sea el peso específico del relleno.

Sin entrar en todo el detalle, que es fácil de consultar en cualquier tratado especial, vamos a indicar la manera de proceder para encontrar el empuje.

Se dibuja el paramento interior del muro GDB fig. 6 y se traza la vertical BG′; a partir de ella se miden hacia la derecha las longitudes $D'D'' = q_1$ y $BB'' = q_1 + q_2$ que miden las presiones en D y B; q_1 y q_2 se han calculado por medio de la expresión (3), en la cual y toma los valores G′ D′ y D′ B.

El área del prisma BD′G′D″B″ representa el empuje Q sobre el paramento vertical BG′. Se calcula la base BE del

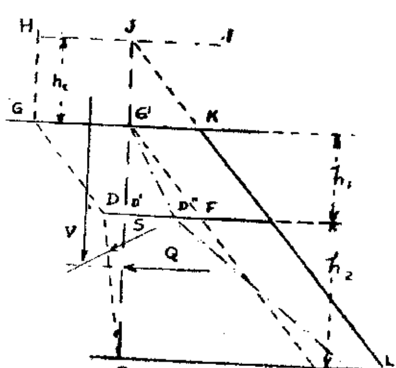

Fig. 6

triángulo de igual superficie y el área de este triángulo representará el empuje que ejercería sobre el muro un terreno homogéneo, cuyo peso específico medio Δ_m se deduce de la relación:

$$\Delta m = \frac{\Delta_1 h_1 + \Delta_2 h_2}{h}$$

Se calcula en seguida la altura de tierra de peso específico Δ_m correspondiente a la sobrecarga, que llamaremos h_c, y con ella se traza la recta HI, se fija el punto J y se traza JL, paralela a G'E. El peso del prisma BJL sería el empuje del terraplén más la sobrecarga sobre el paramento vertical BJ, y el peso del prisma trapecial BG'KL representa la componente horizontal Q del empuje sobre el paramento BG' o sobre el BDG; su línea de acción se encontrará a la altura de *a* sobre la base

$$a = \frac{BG'}{3} \cdot \frac{BL + 2.G'K.}{BL + G'K.}$$

que corresponde a la ordenada del centro de gravedad del trapecio.

Se calcula en seguida el peso del prisma de tierra BDGHJB; se aplica la fuerza vertical correspondiente en el centro de gravedad de esa figura, y se tiene la componente vertical V del empuje S sobre el paramento BDG.

Una construcción sencilla deja enteramente determinado S.

Este método no tiene nada de indeterminado, pero sí tiene de arbitrario, porque la componente vertical del empuje ha sido determinada sin fundamento bien preciso; por lo demás hemos visto que la componente horizontal es la misma que daría la aplicación de la teoría de Coulomb, cuya base se ha reconocido que es inexacta.

El método de Resal, que es el único que tiene una base científica seria, se deduce de consideraciones sobre el equilibrio de un macizo de tierra, formado por granos desprovistos de cohesión y sobre la reacción que provocaría sobre el paramento de un muro, cualesquiera que sean su inclinación y la de la superficie del terraplén.

El análisis de este problema llevó a Resal a determinar el valor del empuje por medio de ecuaciones que consideró imposibles de integrar y de las cuales buscó soluciones aproximadas, suficientes para las necesidades de la práctica.

El caso más sencillo es el que se indica en la figura 7, en que el paramento AB del muro forma con la vertical el ángulo α, positivo en la figura; los demás elementos tienen los mismos significados que antes. El empuje S se aplica al tercio de la altura y se le determina, calculando su componente horizontal Q, que vale,

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot h^2 \cdot A \qquad (6)$$

expresión análoga en su forma a las que hemos visto más atrás, y por el ángulo que S forma con la horizontal o por su componente vertical V, cuyo valor es

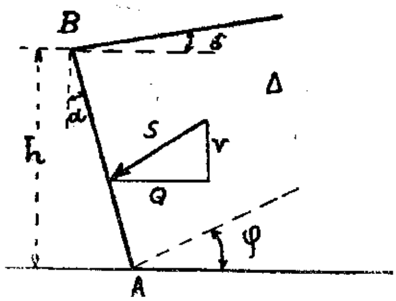

Fig. 7

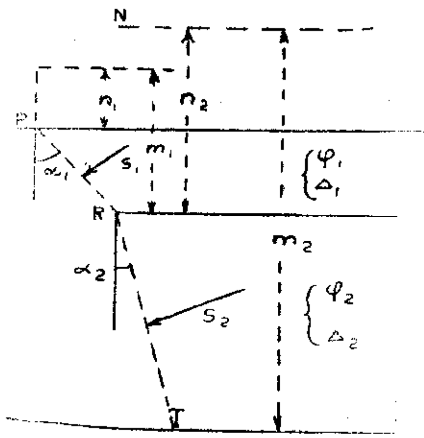

Fig. 8

$$V = \frac{1}{2} \cdot \Delta \cdot h^2 \cdot B \qquad (7)$$

En estas expresiones A y B son coeficientes que se encuentran en las tablas correspondientes.

En las aplicaciones seguiremos este último sistema.

Cuando el terreno está formado por capas de naturaleza diferente, caso al cual corresponde el problema que nos ocupa, se puede resolver la cuestión de una manera aproximada, adoptando el procedimiento que sigue:

Se determina, como antes, el paramento ficticio del muro, PRT, fig. 8, y se determinan los ángulos α_1 y α_2, que sus diversos elementos, dos en la figura, formon con la vertical. Se determinan en seguida los empujes parciales, S_1 y S_2, sobre los dos trozos del paramento.

Para esto se considera en primer termino la capa I; se calcula la altura n_1, equivalente a la sobrecarga, con el peso específico Δ_1, y se determinan las dos componentes de S_1

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot \Delta_1 \cdot (m_1^2 - n_1^2)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot B_1 \cdot \Delta_1 \, (m_1^2 - n_1^2)$$

Esta fuerza se aplica sobre el paramento PR, a la altura a, sobre el plano horizontal de R.

$$a_1 = \frac{m_1 - n_1}{3} \cdot \frac{m_1 + 2 \cdot n_1}{m_1 + n_1}$$

Se pasa en seguida a la segunda capa, calculando primero el nivel N_2 a que quedaría la sobrecarga, si ella y la capa superior se redujeran al peso específico Δ_2, lo que daría

$$n_2 = m_1 \cdot \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$$

y determinando en seguida las componentes del empuje parcial S_2,

$$Q_2 = \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot \Delta_2 \; (m_2^2 - n_2^2)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot B_2 \cdot \Delta_2 \; (m_2^2 - n_2^2)$$

Se determina este empuje que se aplica a la altura

$$a_2 = \frac{m_2 - n_2}{3} \cdot \frac{m_2 + 2\,n_2}{m_2 + n_2}$$

Estas dos fuerzas S_1 y S_2, se componen con la fuerza horizontal de 1,5 tonelada, debida a la amarra de los buques, que se aplica en la parte superior del muro, y se obtiene el empuje S sobre él.

Este método es sencillo, si se dispone de las tablas de Resal, y sus resultados son más dignos de fe que los de cualquiera de los otros. Aplicado por nosotros a varios casos concretos nos ha dado muchas veces empujes más desfavorables que ellos y en otras ocasiones casi exactamente iguales.

Para facilitar las aplicaciones copiamos a continuación una tabla en que se indican los valores de A y B para los casos más comunes. En esa tabla se han inscrito los valores del ángulo α, los de la pendiente correspondiente del paramento, f, y los de A y B para los principales valores de φ, de 5° en 5°. La interpolación rectilínea entre los valores de A y B puede hacerse sin cometer error sensible.

α	f	$\varphi=20°$		$\varphi=25°$		$\varphi=30°$		$\varphi=35°$	
		A	B	A	B	A	B	A	B
26°34′	1/2	0,480	0,509	0,401	0,508	0,329	0,504	0,270	0,502
18°26′	1/3	0,467	0,372	0,389	0,369	0,316	0,358	0,260	0,352
14° 3′	1/4	0,458	0,310	0,379	0,308	0,307	0,298	0,252	0,292
11°19′	1/5	0,451	0,275	0,371	0,274	0,300	0,265	0,247	0,259
5°43′	1/10	0,436	0,210	0,356	0,211	0,286	0,206	0,231	0,199
0°	0	0,418	0,152	0,338	0,158	0,270	0,159	0,214	0,150
— 5°43′	—1/10	0,398	0,098	0,318	0,108	0,252	0,109	0,194	0,105
—11°19′	—1/5	0,378	0,045	0,297	0,058	0,232	0,064	0,174	0,062
—14° 3′	—1/4	0,367	0,019	0,287	0,034	0,222	0,042	0,164	0,040
—18°26′	—1/3	0,348	$\overline{0,023}$	0,269	$\overline{0,005}$	0,205	$\overline{0,006}$	0,148	$\overline{0,007}$
—26°34′	—1/2	0,308	$\overline{0,103}$	0,232	$\overline{0,076}$	0,169	$\overline{0,060}$	0,114	$\overline{0,051}$

En esta tabla los últimos valores de B, encima de los cuales se ha colocado un signo (—), son negativos, es decir, que la componente vertical correspondiente está dirigida hacia arriba.

Al hacer una aplicación del método que recomendamos no es necesario preocuparse de aproximar demasiado los valores de A y B: las dos primeras cifras decimales son suficientes, redondeando siempre para arriba en el valor de A y para abajo en el de B, si es positivo. No hay que perder de vista que la incertidumbre en los valores de φ y Δ es mucho mayor que cualquier falta de aproximación en los coeficientes.

En el caso de los malecones provistos de un prisma de piedra, como el que se ve en la figura 1, muchos ingenieros toman como ángulo de talud natural $\varphi = 45°$; estimamos sin embargo que, siendo de 4/3 aproximadamente ese talud, al que corresponde un ángulo de 37°, no es prudente asignarle un valor mayor, y en las aplicaciones tomamos siempre 35°, en la parte correspondiente a ese prisma. En cuanto al peso específico del relleno en esa parte, se puede tomar 1,05 o 1,10 tonelada por metro cúbico, en atención a que ese material está bajo agua: se admite que los empujes del agua por ambos lados del muro se equilibran. En la capa situada encima del nivel medio del mar puede asignarse a φ el valor de 30° y a Δ el de 1,7 tonelada por metro cúbico. Estas cifras corresponden al caso ordinario de esta clase de obras, en que el relleno es arenoso y el material con que se le hace proviene de dragados. En caso que ese relleno se hiciera con tierra vejetal, o un material análogo, se podría asignar a φ un valor mayor en la parte situada encima del nivel medio del mar, pero no es prudente hacerlo, así como no conviene disminuir el valor de Δ antes indicado.

Con mucha frecuencia el nivel superior del prisma de piedra coincide casi exactamente con el nivel medio del mar, en Chile, de manera que se puede establecer a ese nivel la separación de las dos capas de terreno. En caso que no sucediera así, seguramente no se cometerá ningún error apreciable adoptando la separación al nivel superior del prisma. En cuanto al valor de la sobrecarga, se la hace variar entre 3000 y 6000 K. por metro cuadrado, según sean las condiciones de la explotación prevista o según corresponda a la importancia de la obra.

Al aplicar el método de cálculo expuesto más atrás, hemos supuesto que la amplitud de la marea es pequeña y la fundación del muro es permeable, de manera que los niveles del agua a uno y otro lado del muro son prácticamente iguales, lo que hace que se equilibren los empujes correspondientes. Este es el caso corriente en nuestra costa, pues las mareas ordinarias son a lo largo de ella de 1.20 m. aproximadamente, lo que autoriza a aceptar la simplificación apuntada. Cuando la amplitud de marea sea mayor y las disposiciones de la construcción no garanticen la igual variación de los niveles a uno y otro lado, será mejor proceder de otra manera, que es la siguiente:

Se establece la división en capas, según las condiciones en que va a encontrarse el relleno, fijando aproximadamente la separación entre la parte que se considera seca y la bajo agua en el nivel medio del mar; se calculan las presiones que se producirían en los puntos P, R y T de la figura 8, por efecto del relleno, y la sobrecarga de acuerdo con las ecuaciones

$$q = \Delta \cdot y \cdot A \tag{8}$$
$$v = \Delta \cdot y \cdot B \tag{9}$$

en que y es la distancia vertical entre el punto considerado y el nivel N de la superficie ficticia correspondiente del terreno, incluída la sobrecarga, y A y B son los coeficientes de empuje de Resal; se dibuja en seguida el prisma de empujes que resulta de unir los puntos extremos de esas presiones; se dibujan los prismas correspondientes a las presiones del agua por ambos lados del muro, siendo sus alturas: el nivel medio del mar, por el lado de tierra, y la más baja marea, por el lado del mar; se determinan en seguida las presiones resultantes en los distintos puntos, y el prisma correspondiente, cuya área dará a conocer el empuje S resultante, y por cuyo centro de gravedad pasará la línea de acción del empuje S.

Esta manera de calcular puede parecer complicada a primera vista, pero en la aplicación resulta sumamente sencilla, como es fácil comprobarlo, tomando un ejemplo cualquiera.

Santiago, Noviembre de 1930.