Aurelio Puelma B.

El cálculo de los arcos triarticulados de concreto armado.

CONSIDERACIONES GENERALES.—(Hutte) Conviene adoptar el arco de tres articulaciones en los siguientes casos:

1.° Cuando es necesario economizar material.

2.° Cuando la relación entre la flecha y la luz es pequeña.

3.° Si el terreno de la fundación es malo.

4.° Desde el punto de vista de la sobre carga, se justifican para luces grandes y obras muy rebajadas.

5.° Por no estar expuestos a *esfuerzos secundarios* por cambio de temperatura, por contracción del material (fraguado) y por un pequeño asiento o movimiento de estribos, pilas y cimbras.

Los arcos con tres articulaciones tienen los siguientes inconvenientes:

1.° El desplazamiento que sufre la línea de los centros de presión, en los riñones del arco, cuando la sobre carga gravita en un solo lado, es mucho mayor que en los arcos empotrados. Este desplazamiento crece cuando aumenta la relación f : l y cuando disminuyen la luz y el peso propio.

2.° Si f : l es algo grande, pequeña la luz e intensa la sobre carga móvil, convendrá cargar una *altura de tierra* bastante crecida sobre la clave o no aligerar los tímpanos aunque todo ello sea desfavorable para los estribos.

3.° Costo crecido de las articulaciones.

4.° Forma antiestética debida al gran espesor de los riñones cuando la flecha es grande.

PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULOS: El procedimiento de cálculo más práctico consiste en trazar primeramente el *polígono de las centros de presión* tan luego como se ha fijado por comparación con otros proyectos similares y por las fórmulas recomendadas, los espesores del arco y su trazado. Se calcula en seguida la solicitación en las aristas del arco en un número importante de secciones.

Una vez verificado el arco por este primer procedimiento, se hará un cálculo analítico por el método de las «*líneas de influencia*» tanto para la carga permanente como para la móvil.

Conviene hacer una úlrima comprobación por el método llamado *Geométrico*
Cálculo teórico del espesor en la clave:
Designaremos por

d_c = espesor en la clave
d_b = » » los riñones
d_a = » » » arranques

En los arcos de tres articulaciones se verifica

$$d_b > d_a > d_c$$

La relación $d_b : d_c$ entre el espesor en los riñones y en la clave suele oxilar entre 1,2 y 1,5 en puentes construídos.

El espesor de la clave se obtiene según Melán:

$$d_c \geqq \frac{(\gamma_1 \cdot U_c + p) \cdot \rho_c}{\delta - \gamma \cdot \rho_c}$$

p = carga virtual (ton./m²) equivalente a la sobre carga móvil cuando éste cubre toda la luz.
δ = fatiga máxima del material admisible (en ton./m²)
γ = densidad del material del arco (en ton./m³)
γ_1 = densidad del material de la sobre carga permanente (en ton./m³)
U_c = sobrecarga permanente efectiva en la clave
ρ_c = radio de curvatura en la clave
e = brazo de palanca de la resultante G del peso propio

Cálculo de la reacción oblícua de los arranques.
Se determina por las fórmulas:

$$K = \sqrt{H^2 + Q^2}$$

K = reacción oblícua de los arranques
H = reacción horizontal en la clave
A = resultante de los fuerzos que obran en ½ luz

$$H = \frac{G.e}{f} + \frac{p.1^2}{8f}$$

$$Q = G + \frac{p\ 1}{2}$$

G = peso propio

El espesor en los arrranques es:

$$d_a \geqq \frac{K}{\delta}$$

Para no sobrepasar el coeficiente de trabajo admisible por compresión y para evitar que el material sufra tracción consúltese el Hütte, pág. 1224.—(ton. 3).

III

Verificación de las fatigas de trabajo del concreto y del fierro por el procedimiento del polígono de los centros de presión,

Por suponerlo demasiado conocido, no entraremos en la descripción del trazado del polígono de los centros de presión que en nuestro caso debe pasar por el centro de las tres articulaciones del arco.

La resultante de las fuerzas interiores que obra en una juntura del arco producirá en su sección trasversal compresión en ambas aristas o bien compresión en una y tracción en la otra, según el punto de acción de la resultante en las secciones del arco que están fuera de las articulaciones.

Núcleo central de la sección trasversal.

Se denomina así el área del cual debe encontrarse el punto de aplicacación de la fuerza para que la sección no sufra sino tensiones del mismo signo.

Los radios del núcleo central son:

$$K_1 = \frac{W_1}{F} \qquad K_2 = \frac{W_2}{F} \qquad K_1 = \frac{I}{F.\ l_1}$$

$$W_1 = \frac{I}{l_1} \qquad W_2 = \frac{I}{l_2} \qquad K_2 = \frac{I}{F.\ l_2}$$

Para la sección rectangular los diagmobs del núcleo central valen $1/3$ b y $1/3$ h.

El radío mínimo del núcleo para el rctángulo es:

$$r = \frac{1}{6} \cdot \frac{b \cdot h}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

Determinación de las fatigas del arco en el intrados y en el trasdos. (Fig. 1).

Aplicaremos las fórmulas de la flexión compuesta.

$$\delta_h = \frac{N}{F_i} \pm \frac{M \cdot V}{I_i}$$

Fi = sección resistente ideal eficaz

Ti = momento de inercia de la sección ideal con respecto a un eje que pase por el centro de gravedad.

$e = \frac{M}{N}$ exentricidad de la carga G.

V = distancia de la fibra de hormigón más comprimida, al centro de gravedad de la sección ideal.

(si la armadura es simétrica $v = 1/2\ h$)

K = radio del núcleo central de la sección eficaz

Para la sección disimétrica se tiene

$$F_i = bh + n\ (f_a + f'_a)$$

El centro de gravedad se obtiene tomando momento respecto de un arista.

$$S = \frac{\frac{b+h^i}{2} + n\ [f'_a\ .\ a' + f_a\ .\ (h\ a)]}{bh + n\ (f'_a + f_a)}$$

El momento de inercia total de la sección se obtiene tomando momentos de 2.° grado respecto del eje neutro.

En secciones simétricas se obtiene:

$$f_a = f'_a = \frac{F_e}{2} \qquad s = \frac{h}{2} \qquad n = 15$$

$$I_i = \frac{b.\ h^3}{12} + n.\ F_e \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 \qquad F_i = b.h + n\,F_e$$

Al aplicar la fórmula de flexión compuesta hay que distinguir tres casos:

1er. Caso: El punto de aplicación de la fuerza cae dentro del núcleo central (fig. 1).

En este caso se tiene.

$$e < K$$
$$x > h$$

y en la sección sólo se presentan compresiones; los coeficientes de trabajo del hierro δ_a y δ'_a no pueden alcanzar nunca el límite admisible.

$$\delta_h = \frac{N}{F_i} + \frac{N.e.x}{I_i} \qquad \delta'_h = \frac{N}{F_i} - \frac{N.e.h-x}{I_i}$$

2.° Caso: El punto de aplicación de la fuerza cae en el borde del núcleo central (Fig. 2).

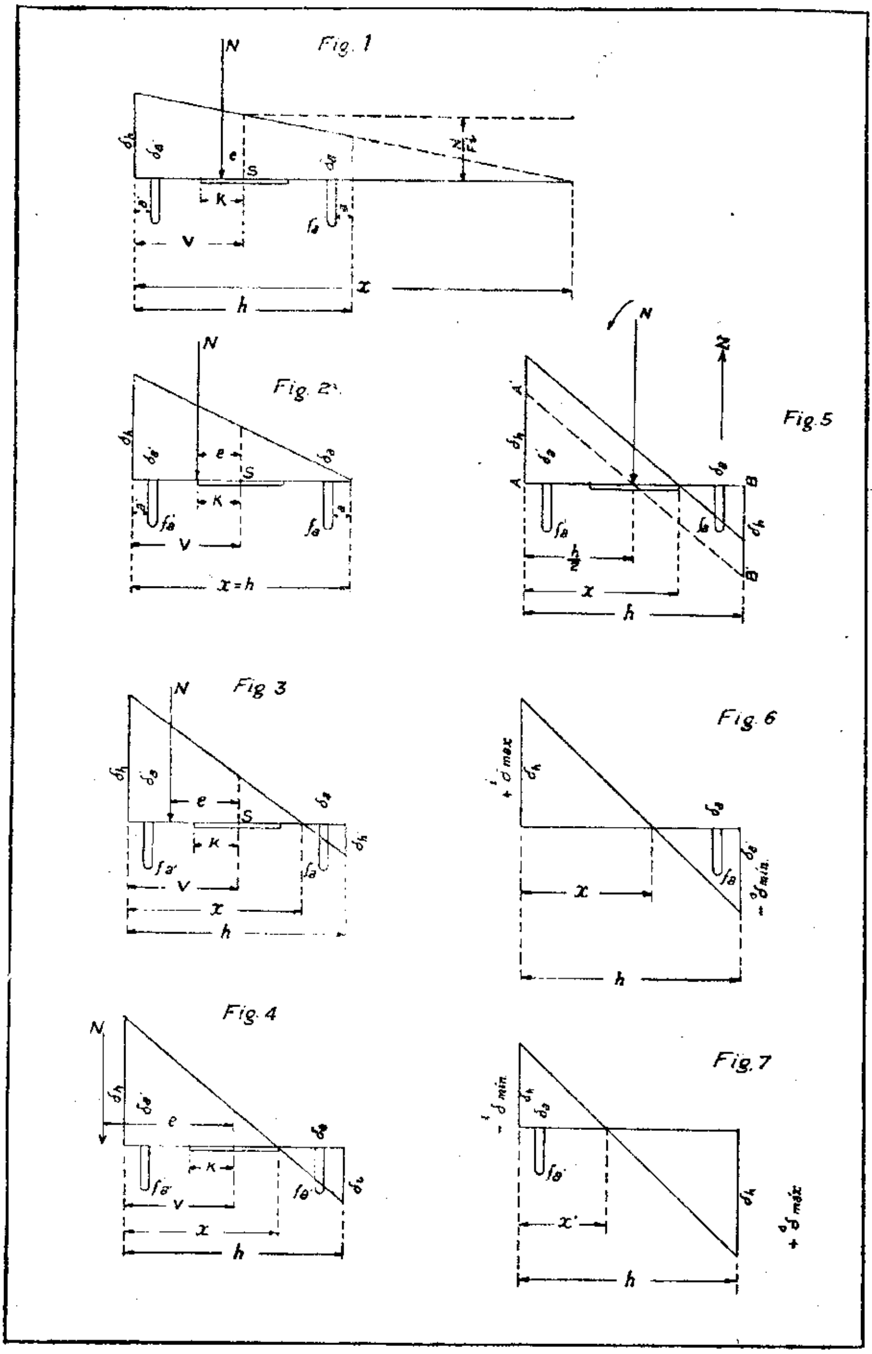


Fig. 1
N
e
S
K
V
x
h
Fig. 2
N
e
S
K
V
x = h
Fig. 3
N
e
S
K
V
x
h
Fig. 4
N
e
K
V
x
h
Fig. 5
N
A
A'
B
B'
h/2
x
h
Fig. 6
x
h
Fig. 7
x'
h

En este caso se tiene:

$$e = K$$
$$x = h$$

resulta toda la sección comprimida.

$$\delta_h = \frac{N}{F_i} + \frac{N \cdot K \cdot V}{I_i}$$

$$K = \frac{W}{F_i} = \frac{I_i}{F_i \cdot V}$$

$$\therefore \delta_h = \frac{N}{F_i} + \frac{N \cdot I_i \cdot V}{F_i \cdot V \cdot I_i} = 2\frac{N}{F_i}$$

Del triángulo de las tensiones se deduce la fatiga del fierro

$$\delta'_a = n. \frac{(h-a').\delta_h}{h}$$

3er. Caso: El punto de aplicación de la fuerza cae fuera del núcleo central. En este caso se presenta en la sección trasversal esfuerzos de tracción y compresión. El cálculo de los postigos se puede hacer aprovechando o despreciando la resistencia a la tracción del hormigón. (fig. 3 y 4).

a) Cálculo aprovechando la resistencia por tracción del hormigón. Se tiene.

$$e > K \qquad x < h$$

Las fatigas se obtienen por las siguientes fórmulas:

$$\delta_h = \frac{N}{F_i} + \frac{M.\,V}{I_i} \qquad \delta_a' = n\frac{x-a'}{x}.\,\delta_h$$

$$x = \frac{N}{F_i} \cdot \frac{I_i}{M} + V$$

$$\delta'_h = \frac{N}{F_i} - \frac{M.\,(h-v)}{I_i} \qquad \delta_a = n.\,\frac{h-a-x}{h-x}\,\delta_h'$$

La fatiga de la fibra de hormigón más extendida δ_h' no deberá exceder de un quinto del valor admisible para δ_h según el reglamento Alemán.

Cuando pase de este límite deberá prescindirse en absoluto de la resistencia por tracción y procederse por el método que conduce a una ecuación de 3er. grado, que está desarrollado por Keisten en su obra «Construcciones de Hormigón Armado» y en el Hüte pág. 288 (Tomo III).

También se puede hacer este último cálculo por el método aproximado que indicamos en seguida y que da para la fatiga del concreto un valor muy próximo al exacto y para el fierro extendido una fatiga más elevada que la que experimente en realidad.

Se calculan primeramente las fatigas en las fibras extremas como si se tratara de una sección homogénea y sin armaduras y se admite en seguida que la armadura extendida absorbe todos los esfuerzos de extensión cuya suma es igual Z.

$$\delta_h = \frac{N}{F} + \frac{M}{W} = \frac{N}{b.h} + \frac{6.M}{b.h^2}$$

$$Z = \tfrac{1}{2}\,\delta_h\,(h\text{-}x).\,b \quad (1)$$

$$\delta_h = \frac{N}{F} - \frac{M}{W} = \frac{N}{b.h} - \frac{6M}{b.h^2}$$

Trazando la línea de puntos por el centro de gravedad y aprovechando la semejanza de los triángulos se tiene

$$\frac{h-x}{\frac{h}{2}} = \frac{\delta h'}{B.B'}$$

En el caso de la flección simple se tiene

$$BB' = \frac{M}{W} = \frac{6M}{b.h^2} \qquad h\text{-}x = \frac{h}{2}.\ \frac{\delta h'.\,b.h^2}{6M} = \frac{\delta h'.\,b.\,h^3}{12M}$$

Reemplazando en la fórmula (1) se tiene

$$Z = \frac{1}{2}\,\delta_h{'}\cdot\frac{\delta_h{'}.\ b.h^3}{12.M}.b = \frac{\delta_h{'^2}.\ b^2.\ h^3}{24M}$$

La fatiga del fierro será:

$$\delta_a' = \frac{Z}{f_a}$$

Se puede escribir aproximadamente:

$$\delta_a' = \delta_h$$

y el esfuerzo en la barra comprimida será:

$$P = n. \delta_h \cdot \delta_a'$$

IV

Verificación de las fatigas de trabajo del concreto y del fierro por el procedimiento de las líneas de influencia

En el arco de tres articulaciones que es determinado, designaremos por:

H = empuje horizontal del arco
Mk = momento respecto de un punto al núcleo central
A y B = reacciones verticales de los apoyos del arco
Q = esfuerzo del corte
P = cargas concentradas móviles y p = cargas uniformemente repartidas
R = reacciones oblicuas de los apoyos del arco.

Para obtener la solicitación producida por los esfuerzos exteriores en la sección más desfavorable del arco, tendremos que construir las líneas de influencia del peso propio y de la carga móvil para el empuje horizontal, los momentos y los esfuerzos de corte.

10. Línea de influencia de H. (fig. 8)

Una carga vertical P produce en los arcos presiones oblicuas Ri y Rd en los arranques que pueden descomponerse en las respectivas reacciones verticales A y B y en los empujes horizontales H:

$$A = \frac{P.\ b}{l} \qquad B = \frac{P.\ a}{l}$$

Haciendo P = 1 se obtiene la línea de influencia de A y de B

El momento Mk en la clave tiene por valor

$$M_k = A.\frac{l}{2} - P.\left(\frac{l}{2} - a\right) - H\text{-}f$$

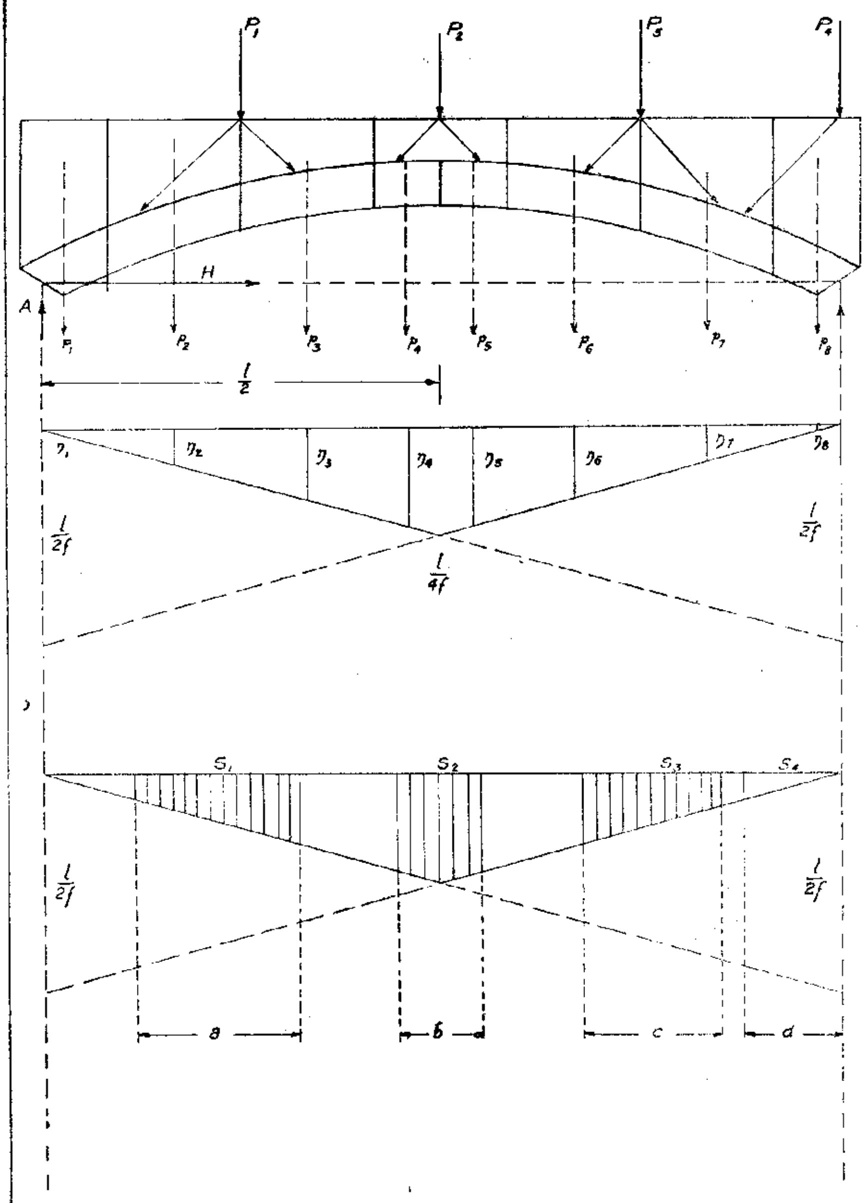
$$M_o = A.\frac{l}{2} - P\left(\frac{l}{2} - a\right)$$

luego podemos escribir:

$$Mk = Mo - H \cdot f$$

se puede observar que Mo es el momento que corresponde a una viga recta libremente apoyada y de igual luz que el arco.

Fig. 8



P1
P2
P3
P4
H
A
p1
p2
p3
p4
p5
p6
p7
p8
l/2
η1
η2
η3
η4
η5
η6
η7
η8
l/2f
l/4f
l/2f
S1
S2
S3
S4
l/2f
l/2f
a
b
c
d

Como en la clave hay articulaciones el momento en ese punto es igual cero.

$$M_k = o \therefore M_o - H \cdot f = o \qquad \therefore \qquad H = \frac{M_o}{f}$$

El momento *Mo* tiene su línea de influencia.

De esto se deduceque la línea de influencia correspondiente al empuje horizontal *H* se obtendrá dividendo por el valor de la flecha *F* en la clave las ordenadas que corresponden a la línea de influencia de *Mo*.

La línea de influencia del momento de flexión *M* en el centro de un viga libre sobre los apoyos se obtiene por

$$M_c = A \cdot \frac{l}{2}$$

Esto significa que las ordenadas de la línea de influencia correspondientes a las reacciones de apoyo A y B deben multiplicarse por $\frac{l}{2}$.

Estas mismas ordenadas deben ademas dividirse por f para tener la línea de influencia correspondiente al empuje horizontal H del arco.

En resumen el valor de la ordenada de la línea de influencia en l os apoyos es (fig. 8).

$$\frac{l}{2\,f}$$

Cálculo del empuje horizontal:

Este empuje se derminará;

para el peso propio
y para la carga móvil.

a) Empuje horizoatal debido al peso propio.

El arco se dividirá en *n* trozos. Por el centro de gravedad de cada trozo se trazará verticalmente la fuerza equivalente a su peso propio,

Siendo P_1 hasta $P\,n$ los pesos de los trozos en que se ha dividido la bóveda y η_1 hasta η_n las ordenadas correspondientes de la línea de influencia se tiene

$$H_n = P_1\,\eta_1 + P_2\,\eta_2 + \ldots\ P_n\,\eta_n$$

b) Empuje horizontal debido a la carga movil,

El empuje Hm alcanzará su valor máximo cuando Mo lo sea y por consiguiente habrá que determinar la posición de la carga movil más desfavorable considerándola como que actúa sobre una viga libre.

En seguida se hace la repetición de la carga movil sobre el trazado del arco suponiendo que cada carga se estienda sobre un metro de ancho en el sentido trasversal y que se reparte en sentido longitudinal bajo un ángulo de 45°.

Los valores correspondientes de la carga por metro cuadrado de trazados de bóveda serán

$$p_a = \frac{P_1'}{a} \qquad p_b = \frac{P_2'}{b} \qquad p_c = \frac{P_3'}{c} \text{ etc.}$$

El empuje máximo se obtendrá multiplicando los valores de p_a, p_b, p_c etc. por la superficie de influencia que le corresponde al ancho de repartición de cada carga.

Llamando S_1, S_2, S_3 etc., las superficies de influencia correspondientes a las cargas tendremos que

$$H_m = p_a S_1 + p_b \cdot S_2 + p_c \cdot S_3 + \text{etc}$$

El empuje total del arco será:

$$Ht = Hp + Hm$$

Fatiga del concreto en la clave debido al empuje horizontal Ht.

$$\delta_b = \frac{H_t}{b, h}$$

2.° *Línea de influencia de M* (Fig. 9).

Hemos visto que la ecuación general de momento para un punto cualquiera del núcleo central de un arco es la siguiente:

$$M_k = M_o - H_y$$

en que y es la ordenada o flecha del punto considerado.

Este momento M_k tiene siempre un valor si el punto de que se trata no está en una articulación.

Pero hay también una escepción en que el momento M_k es igual a cero y se presenta cuando una sola fuerza concentrada F solicita el arco y esta fuerza se encuentra aplicada en el punto de intersección de la reacción oblicua Rd (que pasa por la articulación de uno de los arranques y el punto de la clave) con la reacción oblicua R_i (que pasa por la articulación del otro arranque y del punto del nucleo central de la reacción que se considera.

En este caso se tiene también que

$$M_o - H \cdot y = o \therefore H = \frac{M_o}{y}$$

Es decir, que el empuje horizontal es igual al momento de la viga simple so-

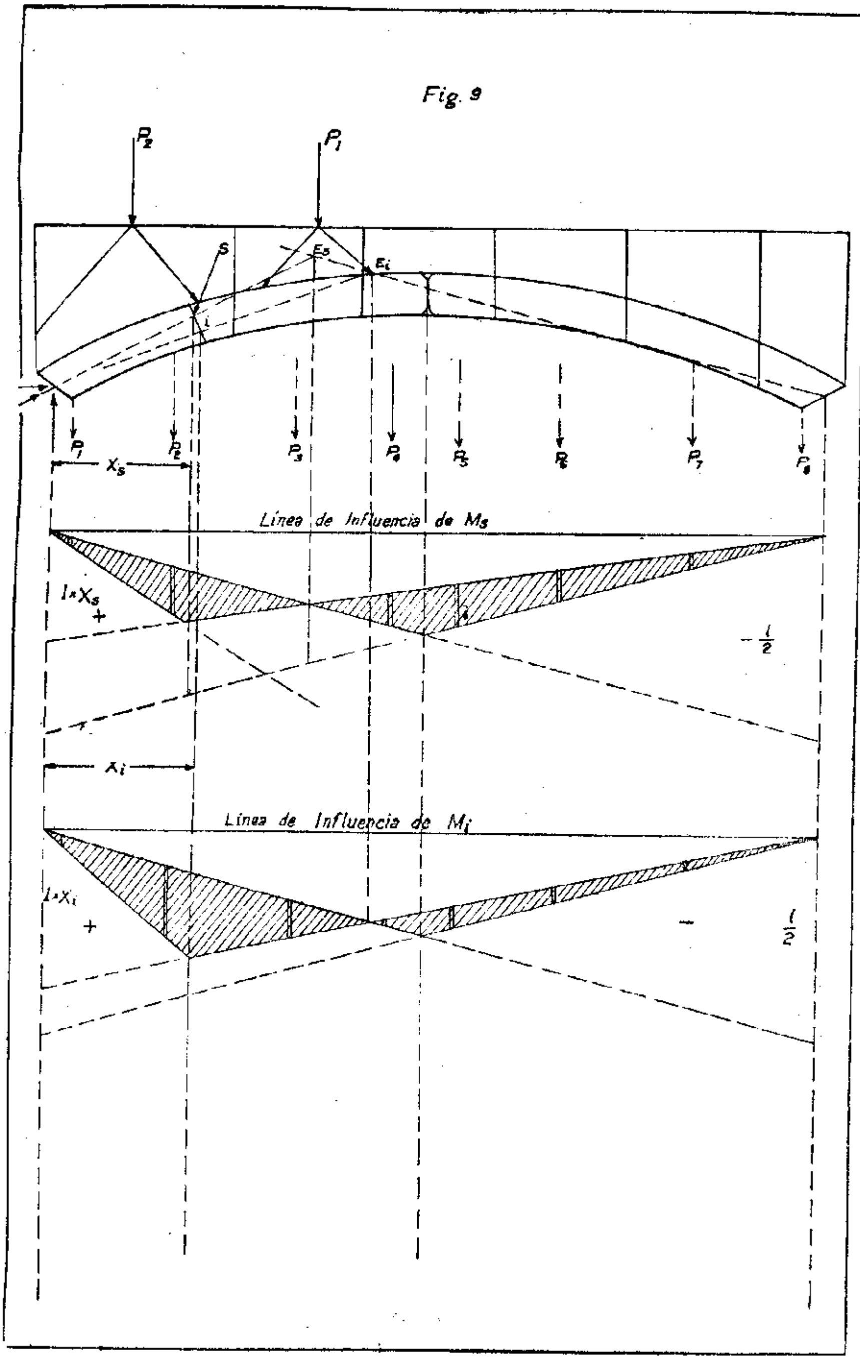


Fig. 9
P_2
P_1
S
Es
Ei
i
P_1
P_2
P_3
P_4
P_5
P_6
P_7
P_8
X_s
Línea de Influencia de Ms
1×Xs
+
−
l/2
Xi
Línea de Influencia de Mi
1×Xi
+
−
l/2

bre dos apoyos y de la misma luz del arco dividido por la crdenada del punto de la sección que se considera.

Por consiguiente para construir la línea de influencia de M_k será necesario en virtud de la ecuación, construir la línea de influencia de M_o correspondiente a la viga simple y la otra línea de influencia correspondiente a H_y. La diferencia de ambas superficies de influencia dará la correspondiente a M_k^{*}.

La ordenada en los apoyos de la línea de influencia da Mo será haciendo F = 1

$$1 . x_1$$

x = brazo de palanca de reacción F = 1

La ordenada en los apoyos de la línea de influencia del empuje horizontal H es

$$\frac{1}{2 f}$$

Para construir la línea de influencia de H. y se multiplicará por Y el valor de esta ordenada

$$\frac{1}{2 f} Y .$$

En la clave se tiene

$$f = Y$$

luego la ordenada será

$$\frac{1}{2}$$

Para obtener el valor de $M_{máx}$ positivo correspondiente a la sección considerada deberá actuar a la carga movil solamente dentro de la zona positiva de la línea de influencia, es decir que se cargará el arco con la carga movil hasta el punto de intersección de las reaeciones correspondientes: lo que es lo mismo hasta el punto neutro de la línea de influencia.

Ahora, para obtener el valor máximo negativo de M, se cargará a la inversa solamente el trozo de arco correspondiente a la porción negativa de la línea de influencia.

Las cargas concentradas se harán equivalente a una carga uniformemente repartida de la manera ya indicada y se tomará el valor de pb que resulta más desfavorable.

A la inversa la cargo uniformemente repartida debida al peso propio se hará equivalentemente a una serie de cargas concentradas aplicadas en los centros de gravedad de los diferentes trozos del arco.

El momento en la sección considerada se calculará para la arista superior e inferior del arco por medio de las líneas de influencia correspondiente del nucleo central de dicha sección.

a) Momento para la arista superior.

Peso muerto

$$\pm {}_{p}M_s = \Sigma P . \Sigma \eta_p - \Sigma P . \Sigma \eta_n$$

Carga movil:

$$+{}^{m}M_s = p_b \cdot S_p \qquad -{}^{m}M_s = p_b \cdot S_n$$

Momento resultente:

$$+{}^{t}M_s = \pm {}^{p}M_s + {}^{m}M_s \qquad -{}^{t}M_s = \pm {}^{p}M_s - {}^{m}M_s$$

b) Momento para la arista inferior. Peso muerto:

$$\pm {}^{p}M_i = \Sigma P . \Sigma \eta_p - \Sigma P . \Sigma \eta_n$$

Carga movil:

$$+{}^{m}M_i = p_b \cdot S_p \qquad -{}^{m}M_i = p_b \cdot S_n$$

Momento resultante:

$$+{}^{t}M_i = \pm {}^{p}M_i + {}^{m}M_i \qquad -{}^{t}M_i = \pm {}^{p}M_i - {}^{m}M_i$$

En estas ecuaciones η_p y η_n significan las ordenadas positivas y negativas de la línea de influeucia, y S_p y S_n significan las superficies de influencia negativas y positivas rayados en los diagramas.

Cuando se han obtenido los momentos respectos de los puntos extremos del núcleo central se puede también deducir el momento respecto al eje que pasa por el centro de gravedad de la sección por la siguiente fórmula:

$$Mz = \frac{Ms + Mi}{2}$$

Verificación de la sección

a) Esfuerzos del hormigón debidos a Ms para el peso muerto:

$$= \delta_g \frac{{}^{p}M}{W} \qquad W = \frac{I}{V}$$

Para la carga dinámica:

$$\delta'_h = + \frac{{}^{m}M}{W} \qquad \delta_h = - \frac{{}^{m}M_1}{W}$$

Esfuerzo total:

$$+\,{}^{s}\delta_{máx} = +\,\delta_g + \delta'_h \qquad {}^{s}\delta_{min} = +\,\delta_g - \delta_h$$

b) Esfuerzos del hormigón debidos a Mi para el peso muerto:

$$\delta_g = +\frac{{}^{P}M_i}{W}$$

Para la carga dinámica:

$$\delta'_h = +\frac{{}^{m}M_i}{W} \qquad \delta_h = -\frac{{}^{m}M_i}{W}$$

Esfuerzo total:

$$+\,{}^{i}\delta_{máx} = +\,\delta_g + \delta'_h$$

$$-\,{}^{i}\delta_{mín} = +\,\delta_g - \delta_h$$

Determinación de los esfuerzos en el hierro

a) Tensión de los hierres interiores (fig. 6):

$$\frac{x}{h-x} = \frac{{}^{s}\delta_{mín}}{{}^{i}\delta_{máx}} \qquad \therefore\; x = h.\frac{{}^{s}\delta_{min}}{{}^{i}\delta_{máx} + {}^{s}\delta_{mín}}$$

$$\therefore\; x.\,{}^{i}\delta_{máx} = h.\,\delta^{s}{}_{mín} - x.\,{}^{s}\delta_{mín}$$

El esfuerzo total de tracción será igual a la superficie del triángulo de las tensiones negativas por el ancho considerado de 100 centímetros.

$${}^{i}Z = {}^{1}/_{2} \cdot {}^{s}\delta_{mín} \cdot x.\ 100 \qquad {}^{i}\delta_a = \frac{{}^{i}Z}{{}^{i}f_a}$$

b) Tensiones de los hierros superiores (fig. 7):

$$\frac{x'}{h-x'} = \frac{{}^{i}\delta_{mín}}{{}^{s}\delta_{máx}} \qquad \therefore \qquad x' = h.\frac{{}^{i}\delta_{mín}}{{}^{s}\delta_{máx} + {}^{i}\delta_{mín}}$$

El esfuerzo total de tracción será:

$${}^{s}Z' = {}^{1}/_{2} \cdot 100 \cdot {}^{i}\delta_{mín} \qquad {}^{s}\delta'_a = \frac{{}^{s}Z'}{{}^{s}f'_a}$$

V

Cálculo de las reacciones de apoyo

Se obtiene aprovechando los gráficos construídos para trazar las curvas de presión en el primer procedimiento indicado.

VI

Cálculo de los esfuerzos cortantes (fig. 10)

Línea de influencia de Q.

La ecuación general del esfuerzo de corte en un punto perteneciente a la curva de los centros de gravedad, es la siguiente:

$$Q = Q_o \cdot \cos \varphi - H \operatorname{sen} \varphi$$

siendo Q_o el esfuerzo cortánte correspondiente a una viga simple y φ el ángulo que forma la cuerda de dos puntos vecinos del arco o bien el ángulo que forma la cuerda de los puntos de apoyo de una vigueta con la horizontal.

La línea de influencia de Q se obtendrá trazando primeramente la línea de influencia correspondiente a una viga simple y multiplicando sus ordenadas por cos φ y restando en seguida la línea de influencia correspondiente al empuje horizontal H cuyas ordenadas deben multiplicarse también por sen φ.

La diferencia entre ambas superficies de inflnencia dará la correspondiente al esfuerzo de corte del arco.

Cuando se traza por A una paralela a la cuerda t t' hasta que corte a la reacción B G, el punto E de intersección es divisorio de las cargas que producen efectos de signos contrarios.

Toda fuerza aislada que obre en E produce una reacción normal a la sección y por lo tanto un Q = 0.

Si el punto E está situado por encima de G la línea de influencia tiene más de un punto neutro, y si está situado debajo tiene sólo un punto neutro.

a) Esfuerzo de corte debido debido al peso propio.

Los esfuerzos Q_p debidos a la carga permanente se pueden despreciar por ser pequeños.

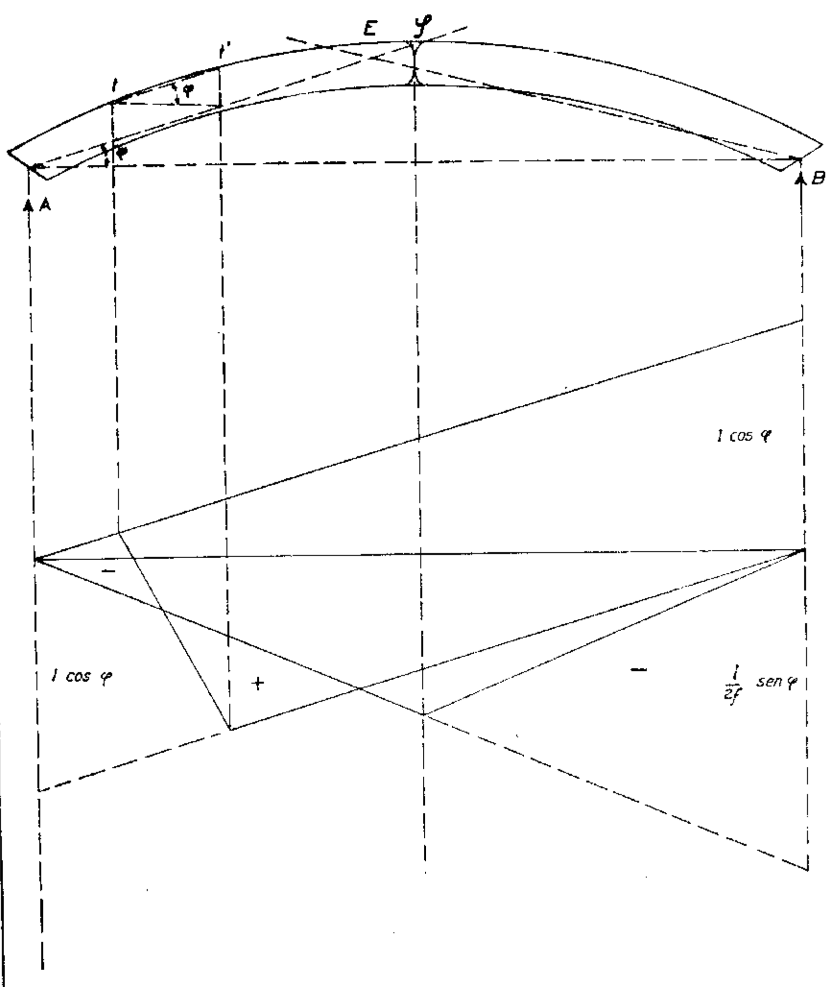
b) Esfuerzos de corte debido a la carga móvil.

El Qmax positivo se obtiene cargando la superficie primitiva de la línea de influencia y el Qmin cargando la superficie negativa.

En consecuencia, cuando el punto E se encuentra a la izquierda de la clave el Qmasc se obtiene cargando el arco desde E hasta el punto de separación comprendido entre los viquetes. La carga a la derecha de E no influye aunque obre al mismo tiempo.

El Qmin se obtiene cargando simultáneamente desde los arranques hacia los puntos de separación correspondiente a la línea de influencia.

Fig. 10.



Cuando el punto E se encuentro a la derecha de la clave, se obtie cargando el arco desde el apoyo B hasta E y el Qmin desde A hasta E

Las ecuaciones definitivas son:

$$Qmáx = {}^{m}Qmáx + Qp$$
$$Qmín = {}^{m}Qmín + Qp$$

Teniendo presente que

$$Qp = \Sigma P\eta_{+} - \Sigma P\eta_{-} \qquad {}^{m}Q = m \,.\, S_{+}$$

Las tensiones originadas por los esfuerzos de corte no suelen tomar aunque es preciso conocer Q para calcular el peso del roblenado.

En los arcos triarticulados de cordones aproximadamente parale para calcular los esfuerzos de los diagonales que valen

$$D = \pm \frac{Q}{\text{sen } \alpha}$$

α = ángulo de la diagonal con el cordón.

Los esfuerzos longitudinales N se diferencia poco de H. Se tien su efecto valiéndose de los momentos respecto al núcleo central de la

VII

Verificación del arco triarticulado por el método geométrico. (Fig 11)

Este método, que en el fondo es el mismo que el fundado en las los Centros de Presión», se diferencia solamente de él en el modo de t la manera más rápida y práctica de interpretar el gráfico.

Cualquiera que sea la curva adoptada para el introdos del arc podrá aplicar este método con suficiente aproximación en la práctica.

Después de hacer equivalente la carga móvil a uno uniformemen se divide ía cuerda del arco en segmentos equivalentes para dividir el pecios. Por el centro de gravedad de cada uno de los trapecios se tr correspondiente a su peso.

En seguida, eligiendo un polo cualquiera O, se colocan los pesos s cal A M que pasa por la articulación del arranque.

Se fija la posición de la resultante R por medio del polígono funi pondiente.

Se traza la reacción Q por la clave, cuya dirección se conoce. ha en S a la resultante R. Uniendo S. con A se obtiene la dirección de l de los arranques.

Trazando por los extremos de A M las paralelas B S y S A tend el palo del polígono funicular que pasará por A y B.

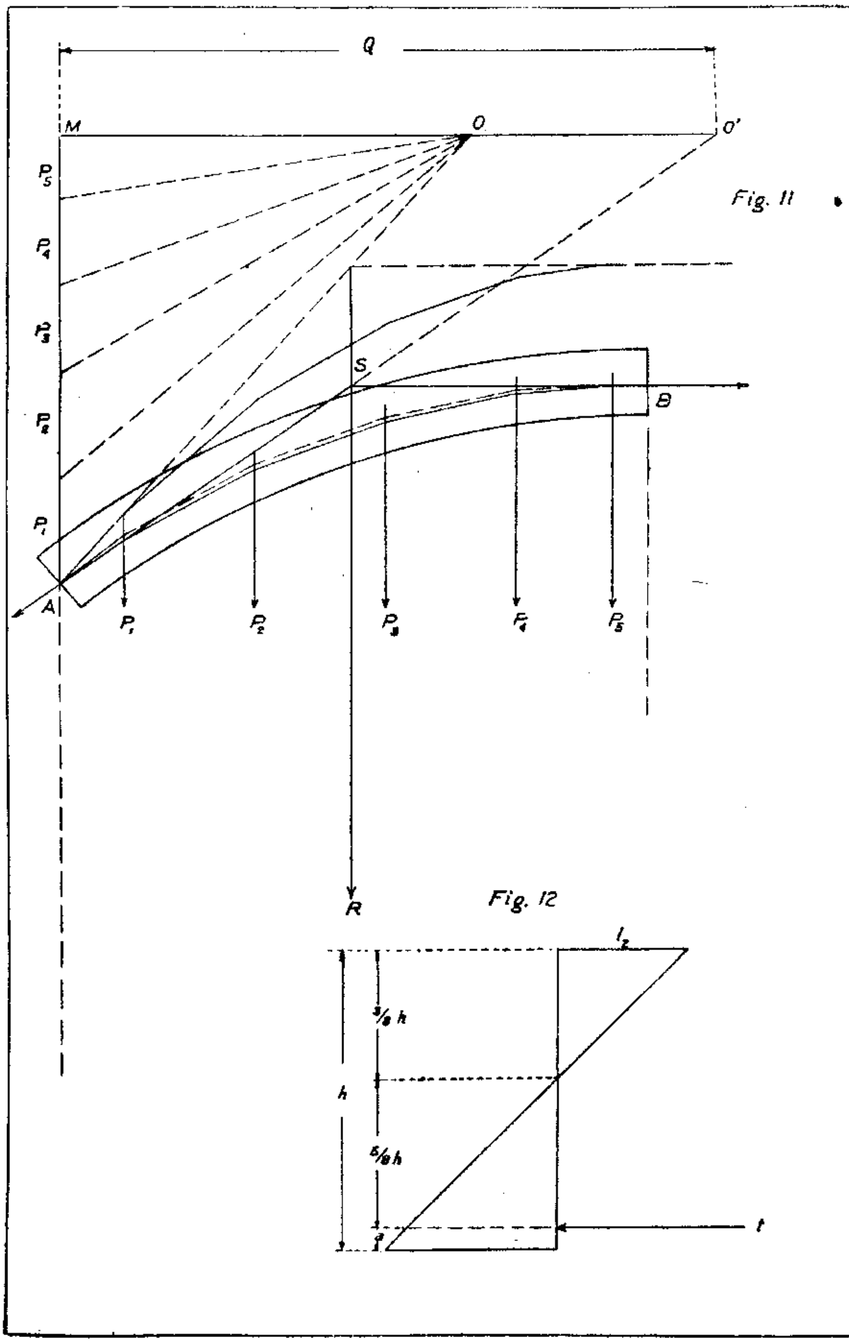


Fig. 11

Fig. 12

En M O' tendremos la distancia polar que es igual a Q.

Tenemos, por consiguiente, dos polígonos:

Uno que pása por el centro de gravedad de las secciones del arco.

Y el polígono de los centros de presión.

Si designamos por Y las ordenadas del primer polígono y por Z las ordenadas del segundo polígono, tendremos en una sección cualquiera, en virtud de las propiedades de los polígonos funiculares, que el momento en la sección será:

$$M = Q(Z - y)$$

La componente normal N es la proyección sobre a A M del vector correspondiente a la sección del polígono polar.

Verificación de las secciones:

Para un número de secciones suficientes se calcularán los valores de M y N.

Taza de trabajo del concreto

$$\delta'_a = \frac{N}{h.b}$$

h = altura; b = ancho.

Taza del trabajo del fierro:

Se supone para el cálculo que existe armadura sólo en la parte extendida del arco, no olvidando al proyectar el arco de colacar una armadura equivalente en la parte comprimida,

Altura útil: $h' = h - a$

Brazo de Palanca.

Cuando se supone que el concreto trabajará a 40 K/cem² y el fierro a 1000 K/cem el eje neutro cae a 3/8 h y el brazo de palanca o distancia entre los esfuerzos de compresión y tracción es:

$$V = 7/8\ h'$$

el esfuerzo de tracción será:

$$t = \frac{M}{7/8} \qquad \delta'_a = \frac{t}{f_a}$$

Taza de trabajo del concreto debido a la flexión:

Tenemos la siguiente proporción (fig. 12):

$$\frac{m.t_2}{t} = \frac{3/8\ h}{5/8\ h-a} \quad \therefore \quad t_2 = \frac{3/8.h.t}{(^5/_8 h-a).m}$$

Se puede también admitir que la fibra neutra se encuentra a 1/3 de la altura útil En este caso la taza máxima del concreto debido a flexión es:

$$\frac{m \, . \, t_2}{t} = \frac{1/3 \, h'}{2/3 \, h'} = 1/2$$

$$t_2 = \frac{t}{2 \, . \, m}$$

Para simplificar las operaciónes se puede hacer $m = 10$
La taza de trabajo total del concreto será:

$$R_a = \delta_a + t_2$$

Placilla de Peñuelas, Octubre de 1928